

Sujet de thèse : *Extension de pré-solutions dans les problèmes combinatoires.*

Lieu : *Laboratoire LAMSADE, université Paris-Dauphine, Paris, France*

Direction : *Jérôme Monnot* `jerome.monnot@dauphine.fr`
<https://www.lamsade.dauphine.fr/monnot/>

Co-encadrant : *Ararat Harutyunyan* `ararat.harutyunyan@dauphine.fr`
<http://www.lamsade.dauphine.fr/aharutyunyan/>

Mots clés : Complexité standard et paramétrée, approximation, classes de graphes

Financement : Ce sujet est prioritaire pour une demande de bourse de thèse du ministère.

Description du sujet :

La plupart des problèmes d'optimisation combinatoire se trouvent être très difficiles d'un point de vue computationnel. Un des principaux objectifs de l'informatique théorique moderne consiste à surmonter cette barrière algorithmique en proposant des solutions approchées ou en fournissant des informations supplémentaires sur les données. L'objectif de cette thèse est d'étudier l'impact fourni par l'ajout d'informations sous le trait de solutions partielles à étendre du point de vue de la complexité standard et paramétrée. L'extension de *pré-solutions* est déjà présente dans diverses techniques de l'informatique : un algorithme de recherche arborescente qui résout un problème d'optimisation, se base souvent sur l'extension de solutions afin d'élaguer des branches de l'arbre de recherche le plus tôt possible. Aussi, par exemple pour le problème de la couverture des arêtes par des sommets (noté VC), il serait souhaitable de pouvoir dire rapidement (c'est-à-dire en temps polynomial) si un sous-ensemble de sommets (que nous appellerons *pré-solution*) peut faire partie d'une couverture minimale voire optimale. Ce type de considération, reste même intéressante dans le cas extrême où nous voulons décider si un sommet particulier appartient à une couverture optimale. D'ailleurs, cette approche est déjà utilisée lorsque l'on souhaite énumérer l'ensemble des couvertures minimales ou plus généralement l'ensemble des solutions minimales d'un problème d'optimisation [6, 7]. Finalement, l'extension de *pré-solutions* joue un rôle prépondérant dans les approches basées sur la programmation dynamique. Il existe dans la littérature quelques articles considérant l'extension de *pré-solutions*, mais de manière sporadique, [1, 3, 4, 5, 8, 8, 9]. Très récemment, dans [2] et [10] deux cadres théoriques distincts ont été proposés pour l'étude des extensions de *pré-solutions*. Dans ces cadres, il est supposé que les problèmes d'optimisation sont bien structurés, c'est-à-dire qu'il existe une relation d'ordre partiel sur l'ensemble des solutions réalisables. Par exemple, pour les problèmes *héréditaires* (resp., *anti-héréditaires*), la relation d'ordre sous-jacente est l'inclusion (resp., l'exclusion). Dans le cas de l'inclusion, l'objectif est d'étendre un bout de solution de manière à satisfaire un critère de robustesse donné compatible avec la relation d'ordre partielle. Le critère le plus naturel à satisfaire est la *Paréto dominance* [2], ce qui se traduit par la notion de minimalité. En d'autres termes, la suppression d'éléments d'une solution ne garantit plus sa réalisabilité. A l'opposé, le critère le plus difficile à vérifier est *l'optimalité* ou la *quasi-optimalité* [10, 8].

Dans cette thèse, nous souhaitons continuer à étudier ces deux problématiques et l'étendre à d'autres types d'ordre partiels sur l'ensemble des solutions réalisables comme par exemple les treillis.

Conditions :

Le candidat devra remplir les conditions suivantes :

- Un diplôme de master en mathématiques ou informatique, idéalement avec une spécialisation en algorithmique ou optimisation combinatoire.
- Une bonne connaissance en théorie de la complexité, algorithmes d'approximation et théorie des graphes.
- Bonne connaissance de l'anglais (écrit et parlé).

Candidatures :

Les candidatures, avec les pièces jointes requises, doivent être envoyées avant fin mars 2018 aux adresses email suivantes : `jerome.monnot@dauphine.fr` et Ararat Harutyunyan.

Les documents suivants devront être joints à la candidature :

- Une courte lettre expliquant les motivations du candidat pour cette thèse et les raisons pour lesquelles il/elle devrait être choisi(e) ;
- Un curriculum vitae ;
- Un relevé de notes avec classement du Master 2. Les diplômes de licence et de master ;
- Deux lettres de recommandation dans la mesure du possible.

Une seconde sélection sera ensuite faite par l'école doctorale et le laboratoire sur la base d'une audition le 7 mai 2018.

Références

- [1] Endre Boros, Vladimir Gurvich, and Peter L. Hammer. Dual subimplicants of positive boolean functions. *Optimization Methods and Software*, 10(2) :147–156, 1998.
- [2] Katrin Casel, Henning Fernau, Mehdi Khosravian, Jérôme Monnot, and Florian Sikora. On the complexity of solution extension of optimization problems. *in preparation*, 2018.
- [3] Peter Damaschke. Parameterized enumeration, transversals, and imperfect phylogeny reconstruction. *Theor. Comput. Sci.*, 351(3) :337–350, 2006.
- [4] Francois Delbot, Christian Laforest, and Raksmei Phan. Graphs with forbidden and required vertices. In *ALGOTEL 2015-17èmes Rencontres Francophones sur les Aspects Algorithmiques des Télécommunications Jun 2015, Beaune, France*. <hal-01148233>, 2015.
- [5] Dimitris Fotakis, Laurent Gourvès, and Jérôme Monnot. Conference program design with single-peaked and single-crossing preferences. In *Web and Internet Economics - 12th International Conference, WINE 2016, Montreal, Canada, December 11-14, 2016, Proceedings*, pages 221–235, 2016.

- [6] Petr A. Golovach, Pinar Heggernes, and Dieter Kratsch. Enumeration and maximum number of minimal connected vertex covers in graphs. *Eur. J. Comb.*, 68 :132–147, 2018.
- [7] Mamadou Moustapha Kanté and Lhouari Nourine. Minimal dominating set enumeration. In *Encyclopedia of Algorithms*, pages 1287–1291. 2016.
- [8] Kaveh Khoshkhah, Mehdi Khosravian Ghadikolaei, Jérôme Monnot, and Dirk Oliver Theis. Extended spanning star forest problems. In Xiaofeng Gao, Hongwei Du, and Meng Han, editors, *Combinatorial Optimization and Applications - 11th International Conference, COCOA 2017, Shanghai, China, December 16-18, 2017, Proceedings, Part I*, volume 10627 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 195–209. Springer, 2017.
- [9] Zsolt Tuza. Graph colorings with local constraints - a survey. *Discussiones Mathematicae Graph Theory*, 17(2) :161–228, 1997.
- [10] Mathias Weller, Annie Chateau, Rodolphe Giroudeau, Jean-Claude König, and Valentin Pollet. On residual approximation in solution extension problems. In *Combinatorial Optimization and Applications - 10th International Conference, COCOA 2016, Hong Kong, China, December 16-18, 2016, Proceedings*, pages 463–476, 2016.